

ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΑΡΑΙΩΣΗΣ ΚΑΙ ΣΥΜΠΙΕΣΗΣ ΣΕ ΡΟΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΣΩΜΑΤΑ ΥΨΗΛΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΣΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΧΑΜΗΛΗΣ ΠΙΕΣΗΣ

Ε. Δ. Σκούρας* και **Α. Λ. Πολυζάκης,**

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας, Πάτρα, Ελλάδα
(*eskouras@teiwest.gr)

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σε αυτή την εργασία εφαρμόζεται ένα μοντέλο περιγραφής αραιωμένης ροής το οποίο χρησιμοποιεί οριακές ολίσθησης ταχύτητας και συνθήκες άλματος θερμοκρασίας στα τοιχώματα τόσο του σώματος όσο και των τοιχίων. Γίνεται περιγραφή των εξισώσεων Navier-Stokes συμπιεστής ροής ανάλογα την συνθήκη ροής σε συνθήκες χαμηλού αριθμού Re (στρωτή ροή) και σε συνδυασμό με διπαραμετρικό μοντέλο στροβιλισμού για συνθήκες ροής υψηλού αριθμού Re , για την προσομοίωση της ροής γύρω από ένα στερεό σώμα σε υπερηχητική ροή ^[1], σε σήραγγες και ακροφύσια χαμηλής πίεσης με αλγόριθμους Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής. Τα αποτελέσματα και των δύο συνθηκών ροής ολίσθησης, για αξονοσυμμετρική ροή αέρα γύρω από σώματα στο εσωτερικό σήραγγων χαμηλής πίεσης σε διάφορους αριθμούς Knudsen και υψηλούς αριθμούς Mach, αναλύονται και συζητείται τόσο η επίδραση της αραιώσης όσο και των τοιχωμάτων στη μεταφορά θερμότητας και την οπισθέλκουσα. Το μοντέλο λαμβάνει υπόψη την επίδραση των στενωμένων τοιχωμάτων στην ροή γύρω από σώματα σε υψηλές ταχύτητες, αλληλεπίδραση που δεν λαμβάνεται υπόψη στα περισσότερα υπάρχοντα μοντέλα.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Καινοτόμα συστήματα υψηλής ταχύτητας σε συνθήκες υποπίεσης, όπως οχήματα εκτόξευσης επόμενης γενιάς, βλήματα μαγνητικής ώθησης και τρένα μαγνητικής ανύψωσης σε σήραγγες και σε ακροφύσια χαμηλής πίεσης, αντιμετωπίζουν μη συμβατικά καθεστώτα ροής κατά τη διάρκεια της κίνησης λόγω χαμηλής ατμοσφαιρικής πυκνότητας. Σε συνθήκες χαμηλής πυκνότητας η ροή αέρα γίνεται υπό αραιώση και τα αποτελέσματα αυτής της αραιώσης δεν μπορούν να διαμορφωθούν με ακρίβεια από τις εξισώσεις Navier-Stokes με οριακές συνθήκες χωρίς ολίσθηση ^[1, 2]. Σε ροή χαμηλής πυκνότητας, για την πρόβλεψη των αποτελεσμάτων αραιώσης ο Maxwell πρότεινε τη εφαρμογή και χρήση οριακών συνθηκών ολίσθησης στις εξισώσεις Navier-Stokes. Εδώ προτείνεται η εφαρμογή ενός μοντέλου περιγραφής αραιωμένης ροής το οποίο χρησιμοποιεί οριακές ολίσθησης ταχύτητας και συνθήκες άλματος θερμοκρασίας στα τοιχώματα τόσο του σώματος όσο και των τοιχίων^[3]. Γίνεται περιγραφή των εξισώσεων Navier-Stokes συμπιεστής ροής σε συνδυασμό με το k - ϵ / k - ω μοντέλο στροβιλισμού, για την προσομοίωση της ροής γύρω από ένα στερεό σώμα σε υπερηχητική ροή^[1], σε σήραγγες και ακροφύσια χαμηλής πίεσης με αλγόριθμους Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής^[4]. Επίσης, έχει χρησιμοποιηθεί στατιστικός αλγόριθμος Direct Simulation Monte Carlo προσομοίωσης συνθηκών ροής αραιής πυκνότητας με βάση τις εξισώσεις Boltzmann που βασίζονται σε κινητική θεωρία αερίων σε παρόμοιες συνθήκες ^[5, 6].

ΣΤΟΧΟΙ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Το σύστημα με την άτρακτο εσωτερικά ενός μεγάλου σωλήνα ή σήραγγας θεωρείται ότι βρίσκεται είτε σε υψηλό υψόμετρο, της τάξης των 70 km, είτε υπό ισοδύναμες τεχνητές συνθήκες υψηλής αραιώσης/κενού, πίεσης αέρα p_0 , Πίνακας 1. Σε αυτές τις συνθήκες αραιώσης, το μήκος ελευθέρων διαδρομής των μορίων του αέρα, λ , είναι αρκετά μεγάλο (Πίνακας 1), και ο αριθμός Knudsen κυμαίνεται από 0.00246 στο χώρο εκτός της ατράκτου ($R_{\text{σωλήνα}}$), έως 0.01476 στο ενδιάμεσο χώρο μεταξύ ατράκτου και τοιχωμάτων (υδραυλική ακτίνα $(R_{\text{σωλήνα}} - R_{\text{ατράκτου}})/2$), οπότε η ροή θεωρείται ότι περιλαμβάνει ολίσθηση στα τοιχώματα. Η μελέτη αφορά ατράκτους που δύναται να αναπτύσσουν πολύ μεγάλη επιτάχυνση^[1], ως βλήματα, λόγω αυτής της αραιώσης, φτάνοντας σε

ταχύτητες ~500m/s, και παραπάνω, σε μερικά δευτερόλεπτα. Ο αριθμός *Mach* γίνεται 1.6, και η ροή γίνεται από υποηχητική σε υπερηχητική. Σε αυτές τις συνθήκες, ο αριθμός *Reynolds* φτάνει μέχρι και ~800, στο όριο στρωτής και τυρβώδους ροής, όριο που δεν είναι συγκεκριμένο λόγω μεταβλητής διατομής του συστήματος σωλήνα με εσωτερική άτρακτο. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιούμε και τις δύο περιγραφές ροής και τις συγκρίνουμε μεταξύ τους.

Οι εξισώσεις ροής με ολίσθηση και μεταφοράς ενέργειας που περιγράφουν την διεργασία είναι οι ακόλουθες, για εξισώσεις περιγραφής είτε τυρβώδους δύο όρων (ένταση τύρβης, k , και διασπορά τύρβης, ε), είτε στρωτής ροής, όπου είναι πρακτικά οι ίδιοι όροι με τα k & ε μηδέν:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla \cdot \left[-p \mathbf{I} + (\mu + \mu_T)(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) - \frac{2}{3}(\mu + \mu_T)(\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} - \frac{2}{3} \rho k \mathbf{I} \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0. \quad (2)$$

Εξισώσεις μεταφοράς ενέργειας:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T + \nabla \cdot \mathbf{q} = Q_p + Q_{vd}, \quad (3)$$

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T. \quad (4)$$

Εξισώσεις τύρβης (μηδέν για στρωτή ροή):

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) k = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho \varepsilon, \quad (5)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \varepsilon = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} P_k. \quad (6)$$

$$\mu_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad P_k = \mu_T \left[\nabla \mathbf{u} : (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u})^2 \right] - \frac{2}{3} \rho k (\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (7)$$

Όροι πηγών ενέργειας λόγω ιξώδους και συμπίεσης:

$$Q_{vd} = \mu \left[(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right] : \nabla \mathbf{u} + \rho \varepsilon, \quad (8)$$

$$Q_p = \alpha_p T \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p \right), \quad \alpha_p = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p. \quad (9)$$

Οι ανωτέρω όροι περιλαμβάνουν τα εξής μεγέθη, u : ταχύτητα, ρ : πυκνότητα, T : θερμοκρασία, p : (απόλυτη) πίεση, μ : δυναμικό ιξώδες, μ_T : τυρβώδες ιξώδες (μηδέν για στρωτή ροή), κ : συντελεστής αγωγιμότητας, C_p : θερμοχωρητικότητα.

Η μεταβολή της αγωγιμότητας του αέρα με την θερμοκρασία παρακολουθείται με την προσέγγιση Sutherland:

$$\kappa = \kappa_{ref} \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{3/2} \frac{T_{ref} + S_k}{T + S_k}, \quad (10)$$

με $\kappa_{ref} = 0.0241 \text{ W/(m K)}$, $T_{ref} = 273 \text{ K}$, $S_k = 194 \text{ K}$, ενώ οι υπόλοιπες ιδιότητες αέρα (ιξώδες, θερμοχωρητικότητα) βασίζονται σε τυπικές προσεγγίσεις ξηρού αέρα κατά ASHRAE. Η καταστατική εξίσωση πίεσης-πυκνότητας λαμβάνεται από την θεώρηση του αέρα ως ιδανικό αέριο.

Τοιχώματα με ολίσθηση ροής ($\hat{\mathbf{n}}$: μοναδιαίο άνωσμα κάθε συνοριακής επιφάνειας):

$$-\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{u} = -\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{u}_{boundary} \quad (11)$$

$$\mathbf{K} - (\mathbf{K} \cdot \hat{\mathbf{n}}) \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{K} = \left[(\mu + \mu_T) \left((\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right) - \frac{2}{3} \rho k \mathbf{I} \right] \hat{\mathbf{n}}$$

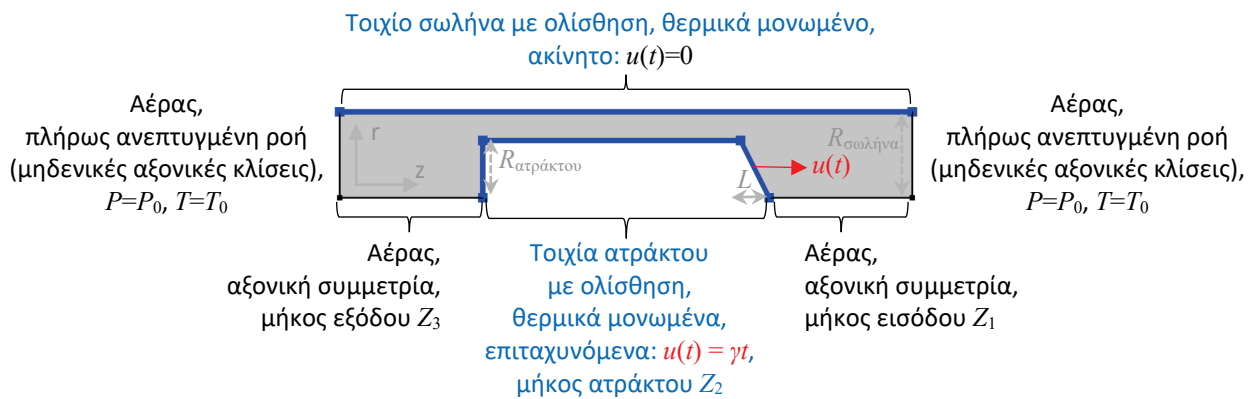
Συνοριακές συνθήκες ροής με τύρβη και μεταφοράς θερμότητας στα άκρα, υποηχητικής ή υπερηχητικής ανάλογα τις συνθήκες:

$$\left[-p\mathbf{I} + (\mu + \mu_T)(\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T) - \frac{2}{3}(\mu + \mu_T)(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} - \frac{2}{3}\rho k\mathbf{I} \right] \hat{\mathbf{n}} = \begin{cases} -\frac{p + p_{0,static}}{2} \mathbf{I}\hat{\mathbf{n}}, & u < c_{sound} \\ -p\mathbf{I}\hat{\mathbf{n}}, & u \geq c_{sound} \end{cases} \quad (12)$$

$$-\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla k = 0, \quad -\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \varepsilon = 0$$

$$-\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (13)$$

όπου c_{sound} η ταχύτητα διάδοσης του ήχου. Η διεργασία δείχνεται περιγραμματακά στο Σχήμα 1, όπου δείχνεται ο χώρος προσομοίωσης της ροής ως αξονική τομή στερεού εκ περιστροφής, ενώ οι παράμετροι σχεδιασμού αναφέρονται στο Πίνακα 1. Οι συντελεστές τύρβης αναφέρονται στον Πίνακα 2. Οι διαστάσεις είναι ενδεικτικές διεργασίας με όχημα μεγάλων ταχυτήτων σε συνθήκες υψηλής αραιώσης. Οι υπολογισμοί έγιναν με τον πυρήνα του λογισμικού Comsol Multiphysics.



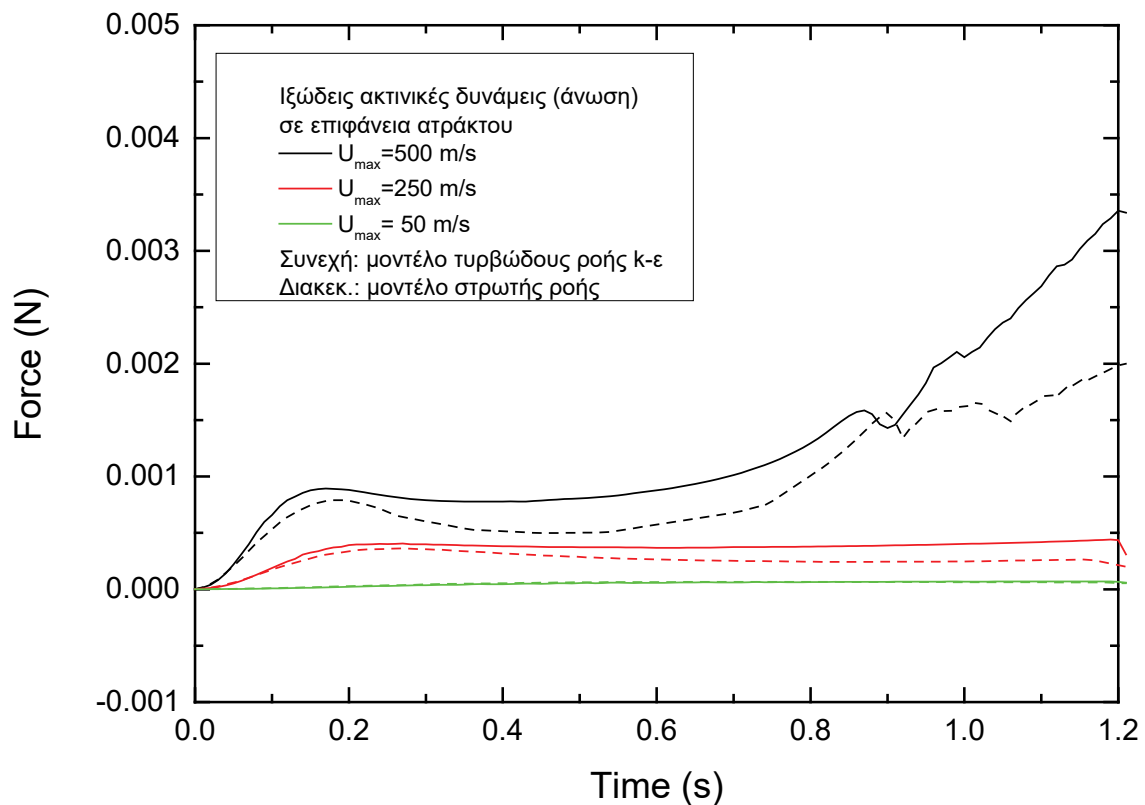
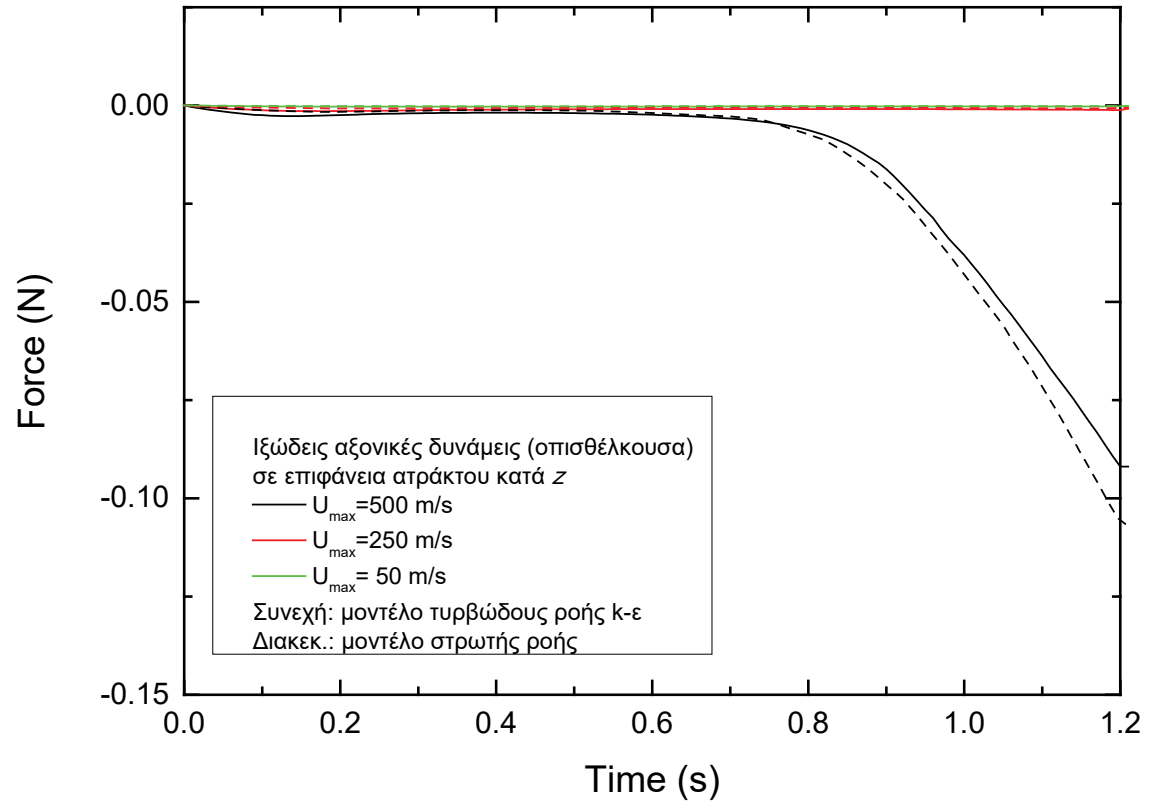
Σχήμα 1. Χώρος προσομοίωσης ροής (αξονική τομή στερεού εκ περιστροφής)

Πίνακας 1. Παράμετροι διεργασίας

Παράμετρος Σχεδιασμού	Τιμή
Στατική Πίεση Περιβάλλοντος, P_0	4.6398[Pa]
Θερμοκρασία Περιβάλλοντος, T_0	217.45[K]
Μέση ελευθέρα διαδρομή μεταξύ συγκρούσεων μορίων αέρα, λ	1.475755 [mm]
Σχετική Υγρασία Περιβάλλοντος, φ_0	0%
Ταχύτητα ανέμου	0 [m/s]
Μέγιστη ταχύτητα, U_{max}	[50, 250, 500] [m/s]
Χρόνος Επιτάχυνσης, t_{accel}	1.2 [s]
Επιτάχυνση, γ	U_{max}/t_{accel}
$R_{ατράκτου}$	0.2 [m]
$R_{σωλήνα}$	0.3 [m]
Μήκος Εισόδου, Z_1	0.5 [m]
Μήκος Ατράκτου, Z_2	1 [m]
Μήκος Εξόδου, Z_3	0.5 [m]
Κλίση ατράκτου, L	0.2 [m]

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Στο Σχήμα 2 φαίνεται η χρονική εξέλιξη των δυνάμεων οπισθέλκουσας και άνωσης στην επιφάνεια της ατράκτου. Η επίδραση της επιτάχυνσης φαίνεται μέσω της τελικής ταχύτητας, όπου $\gamma = U_{max}/t_{accel}$.



Σχήμα 2. Χρονική εξέλιξη των δυνάμεων οπισθέλκουσας (άνω) και άνωσης (κάτω) στην επιφάνεια της ατράκτου. Επίδραση της επιτάχυνσης μέσω της τελικής ταχύτητας.

Πίνακας 2. Παράμετροι τύρβης αέρα (ASHRAE)

Παράμετρος Τύρβης	Τιμή
C_{e1}	1.44
C_{e2}	1.92
C_{μ}	0.09
σ_k	1
C_e	1.3

Η αξονικής διεύθυνσης οπισθέλκουσα ασκείται σε όλο το εξωτερικό μέρος της ατράκτου. Η ιξώδης ακτινική άνωση που αναφέρεται εδώ εφαρμόζεται κυρίως στις κάθετες στη ροή επιφάνειες (εμπρόσθιο και οπίσθιο μέρος) της ατράκτου. Από το Σχήμα 2 είναι εμφανής η απόκλιση των συντελεστών ιξώδους οπισθέλκουσας και άνωσης αυτών των σωμάτων κατά την υπόθεση στρωτής ροής, σε σχέση με τυρβώδεις εκτιμήσεις, ιδίως σε μεγάλες επιταχύνσεις και υψηλά Mach. Η περιγραφή της άνωσης εμφανίζεται πιο ευαίσθητη στον τύπο ροής, ακόμα και σε χαμηλές συνθήκες (χαμηλό Mach). Είναι επίσης εμφανής η έντονη εξάρτηση των συντελεστών αντίστασης από την επιτάχυνση του συστήματος, όπου μεγάλες επιταχύνσεις προκαλούν έντονα φαινόμενα τριβής. Η αύξηση αυτή δεν είναι γραμμική, αλλά εμφανίζει ένα πλατό σε ενδιάμεσες ταχύτητες, λόγω αδρανειακών φαινομένων και φαινομένων συμπίεσης που κατακρατούν ένα μέρος της κινητικής ενέργειας.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα αποτελέσματα και των δύο συνθηκών ροής και ολίσθησης, για αξονοσυμμετρική ροή αέρα γύρω από σώματα στο εσωτερικό σηράγγων χαμηλής πίεσης σε διάφορους αριθμούς Knudsen και υψηλούς αριθμούς Mach, αναλύθηκαν και μελετήθηκε η επίδραση της αραίωσης και των τοιχωμάτων στη μεταφορά θερμότητας και την οπισθέλκουσα. Το μοντέλο λαμβάνει υπόψη την επίδραση των στενωμένων τοιχωμάτων στην ροή γύρω από σώματα σε υψηλές ταχύτητες, αλληλεπίδραση που δεν λαμβάνεται υπόψη στα περισσότερα υπάρχοντα μοντέλα. Η μελέτη μπορεί να γενικευτεί σε ροές ταχυτήτων μεγαλύτερων των 500 m/s, με δοκιμές να φτάνουν προσομοιώσεις ταχυτήτων 5000 m/s, και $Ma=15$.

Επιπλέον, με την μεθοδολογία αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας επαναληπτικός αλγόριθμος ελαχιστοποίησης συνθηκών σχεδιασμού για τη βελτιστοποίηση του σχήματος του σώματος κατά την ελαχιστοποίηση τόσο της αντίστασης στη ροή όσο και της μεταφοράς θερμότητας σε αυτές τις συνθήκες.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] G. Huang, R.K. Agarwal, Computation of Rarefaction Effects on a Blunt Body in Hypersonic Flow, in: 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017.
- [2] A.J. Lofthouse, I.D. Boyd, M.J. Wright, S.T. E. Physics of Fluids 19 (2007) 027105.
- [3] I.D. Boyd, G. Chen, G.V. Candler. Phys. Fluids 7 (1995) 210.
- [4] R. Roveda, D.B. Goldstein, P.L. Varghese. J. Spacecr. Rockets 35 (1998) 258.
- [5] V.K. Michalis, A.N. Kalarakis, E.D. Skouras, V.N. Burganos. Microfluid Nanofluid 9 (2010) 847-853.
- [6] A.N. Kalarakis, V.K. Michalis, E.D. Skouras, V.N. Burganos. Transp. Porous Media 94 (2012) 385-398.