

## ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΡΕΟΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΙΞΩΔΟΕΛΑΣΤΟΠΛΑΣΤΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΣΕ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟ

Π. Μοσχόπουλος<sup>1</sup>, Α. Συράκος<sup>1</sup>, Κ. Ψαράκη<sup>1</sup>, Ι. Δημακόπουλος<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>Σχολή Χημικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών, Ελλάδα

(\*dimako@chemeng.upatras.gr)

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Εξετάζεται η εκτατική ροή υλικών που επιδεικνύουν ιξωδοελαστοπλαστική συμπεριφορά. Η εκτατική ροή προσδιορίζει βασικές υλικές συναρτήσεις (εκτατικό ιξώδες, κάθετες τάσεις, κλπ.) διαφορετικές εκείνων που προσδιορίζουν οι διατμητικές ροές<sup>[1]</sup>. Κατά την πιο συνηθισμένη πειραματική διάταξη, το δείγμα του υλικού, που καλύπτει αρχικά το διάκενο ανάμεσα σε δύο ομοαξονικούς δίσκους σχηματίζοντας ένα λεπτού πάχους κυλινδρικό δίσκο, υποβάλλεται σε έκταση, καθώς ο άνω δίσκος εφελκύεται προς τα πάνω. Η εφελκυστική κίνηση προκαλεί την δημιουργία ενώ ρευστού νήματος. Υποθέτουμε ότι το υλικό υπακούει στην εκδοχή του καταστατικού μοντέλου Herschel-Bulkley που έχει προταθεί από τον Saramito<sup>[2]</sup>, η οποία προβλέπει ρεολόπνωση και ρευστοποίηση όταν ικανοποιείται το κριτήριο von Mises. Η προκαλούμενη λαίμωση του ρευστού νήματος, μελετάται αριθμητικά με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, ενώ η διακριτοποίηση του παραμορφούμενου φυσικού χωρίου βασίζεται στην ελλειπτική γεννήτρια πλέγματος<sup>[3]</sup>. Επιπλέον γίνεται παραδοχή αξονικής συμμετρίας για την απλοποίηση των διεπουσών εξισώσεων. Ερευνούμε την επίδραση των βασικών ιδιοτήτων του υλικού, όπως η τάση διαρροής,  $\tau_c$ , το μέτρο ελαστικότητας,  $G$ , και ο εκθέτης διατμητικής λέπτυνσης,  $n$ , στα χαρακτηριστικά της λαίμωσης παρακολουθώντας την εξέλιξη της μορφής του νήματος, και ειδικότερα της ελάχιστης ακτίνας, της ταχύτητας, και των αναπτυσσόμενων τάσεων. Δείχνουμε ότι η ελαστική απόκριση του ρευστού μπορεί να γίνει περισσότερο εμφανής με αύξηση της ταχύτητας εφελκυσμού της άνω πλάκας. Κατά συνέπεια, στις πιο μικρές ταχύτητες μπορεί εσφαλμένα να θεωρηθεί ότι το ρευστό παρουσιάζει συμπεριφορά τέλειου ιξωδοπλαστικού υλικού. Επιπλέον, με τις προσομοιώσεις διακρίνουμε τις ρευστοποιημένες από τις μη-ρευστοποιημένες περιοχές του νήματος, και πως αυτές εξελίσσονται με τον χρόνο λόγω των μεταβολών των τάσεων. Ανάλογα με τις τιμές των παραμέτρων, ο υμένας που σχηματίζεται εμφανίζει μέγιστο περίπου στο μέσο του ή σε δύο σχεδόν συμμετρικά σημεία γύρω από αυτό και τελικά διασπάται.

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ένας μεγάλος αριθμός προϊόντων που χρησιμοποιούμε στην καθημερινότητά μας επιδεικνύουν τάση διαρροής. Ως τάση διαρροής καθορίζουμε την ελάχιστη τάση που πρέπει να ασκηθεί στο υλικό ώστε αυτό να αρχίσει να ρέει. Είναι το όριο στο οποίο πραγματοποιείται η μετάβαση του υλικού από την στερεή στην ρευστα κατάσταση. Τυπικά παραδείγματα προϊόντων είναι το γιαούρτι, η μαγιονέζα και ο αφρός ξυρίσματος. Φυσικά, το ενδιαφέρον για αυτά τα υλικά υπάρχει και στην βιομηχανία. Το ακατέργαστο πετρέλαιο<sup>[4]</sup> ή τα κολλοειδή διαλύματα είναι υλικά υψίστης σημασίας στις βιομηχανικές εφαρμογές, τα οποία με την σειρά τους χαρακτηρίζονται από τάση διαρροής. Λόγω της μεγάλης ποικιλίας των υλικών που εμφανίζουν τάση διαρροής, οι διαφορετικοί βιομηχανικοί τομείς που τα χρησιμοποιούν είναι αρκετοί. Επιπλέον, εξίσου σημαντικές ιδιότητες αυτών των υλικών είναι η ελαστικότητα, καθώς και η ιξώδης συμπεριφορά. Συνεπώς, η κατανόηση των φαινομένων που εμφανίζονται κατά την ροή αυτών των υλικών είναι δύσκολη.

Τα σύνθετα υλικά παρουσιάζουν αρκετά διαφορετική συμπεριφορά σε εκτατικές ροές σε σχέση με τις διατμητικές. Εκτατικά πεδία ροής εμφανίζονται σε πάρα πολλές διεργασίες της βιομηχανίας πλαστικών, όπως στη νηματοποίηση ή τη χύτευση με εμφύσηση. Για τα πολυμερικά διαλύματα, οι εκτατικές ροές συναντώνται επίσης σε εφαρμογές όπως οι επιστρώσεις, η βελτιωμένη ανάκτηση πετρελαίου, η λίπανση, η περιστροφική μείωση της αντίστασης. Γίνεται αντιληπτό ότι η πρόβλεψη της συμπεριφοράς των υλικών σε εφελκυσμό είναι αρκετά σημαντική. Όμως, τα συγκεκριμένα υλικά δεν εμφανίζουν όλο το εύρος των ιδιοτήτων τους σε διατμητικές ροές. Συνεπώς, πρέπει να διεξαχθούν πειράματα με εκτατικά πεδία ροής για να έχουμε πλήρη εικόνα του υλικού. Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιείται ευρέως για το συγκεκριμένο σκοπό είναι ο εφελκυσμός ενός δείγματος υλικού που βρίσκεται ανάμεσα σε δύο πλάκες.

## ΣΤΟΧΟΙ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Εξετάζουμε την ρεολογική συμπεριφορά των ιξωδοελαστοπλαστικών υλικών σε εφελκυσμό. Πιο συγκεκριμένα, μελετούμε την επίδραση βασικών ιδιοτήτων του υλικού, για παράδειγμα της ελαστικότητας ή της τάσης διαρροής, στην δομή της λαίμωσης, καθώς και την επίδραση της ταχύτητας έλξης της άνω πλάκας.

Η προκαλούμενη παραμόρφωση μελετάται μέσω αριθμητικών προσομοιώσεων. Χρησιμοποιούμε την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων που διέπουν το πρόβλημα μας. Λόγω του παραμορφούμενου χωρίου, κάνουμε χρήση μιας ελλειπτικής γεννήτριας πλέγματος<sup>[3]</sup>. Με αυτόν τον τρόπο, επιτυγχάνουμε ακρίβεια στην παρακολούθηση της ελεύθερης επιφάνειας. Επιπλέον, γίνεται παραδοχή αξονικής συμμετρίας για την απλοποίηση των εξισώσεων. Παρακολουθούμε την χρονική εξέλιξη της μορφής του νήματος καθώς και το πεδίο της ταχύτητας και των αναπτυσσόμενων τάσεων.

## ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Θεωρούμε αξονοσυμμετρικό νήμα ενός ισόθερμου, ασυμπίεστου υλικού ομοιόμορφης πυκνότητας  $\bar{\rho}$ , όπως φαίνεται στο Σχ. 1. Οι παράμετροι που συμβολίζονται με περισπωμένη ( $\sim$ ) αποτελούν διαστατές ποσότητες, ενώ χωρίς περισπωμένη ορίζονται οι αντίστοιχες αδιάστατες παράμετροι. Το δείγμα περικλείεται, αρχικά, μεταξύ δύο ομοαξονικών κυκλικών δίσκων, ακτίνας  $\bar{R}$  και αρχικού διάκενου  $\bar{L}_0$ . Το υλικό επιδεικνύει ιξωδοελαστοπλαστική συμπεριφορά χαρακτηριζόμενο από μία τάση διαρροής  $\bar{\tau}_y$  και ένα μέτρο ελαστικότητας  $\bar{G}$ , και η ρεολογική του συμπεριφορά μοντελοποιείται χρησιμοποιώντας το καταστατικό μοντέλο Saramito-Herschel-Bulkley (SHB)<sup>[2]</sup>. Το υλικό ρέει εφόσον ικανοποιεί την ανισοτική σχέση που ικανοποιεί το κριτήριο Von-Mises. Ο υμένας περιβάλλεται από αέριο που θεωρείται δυναμικά αδρανές. Η επιφανειακή τάση,  $\bar{\sigma}$ , στην διεπιφάνεια ρευστού-αερίου είναι χωρικά ομοιόμορφη και σταθερή με τον χρόνο. Την χρονική στιγμή  $t=0$ , η πάνω πλάκα τίθεται σε κίνηση με σταθερή ταχύτητα  $U$  στην κάθετη διεύθυνση. Κατά συνέπεια, το υλικό μεταξύ των δύο πλακών, ρέει και εκτείνεται με αποτέλεσμα να δημιουργείται λαίμωση. Υιοθετείται ένα κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων  $(r, \theta, z)$  όπου το  $r$  ορίζει την ακτινική διεύθυνση, το  $z$  την αξονική, και το  $\theta$  την αζιμουθιακή γωνία. Το κέντρο του συστήματος τοποθετείται στο κέντρο του κάτω δίσκου. Λόγω της αξονοσυμμετρικής θεώρησης του προβλήματος, δεν υπάρχει εξάρτηση από την αζιμουθιακή διεύθυνση. Η συντεταγμένη  $z$  ευθυγραμμίζεται με τη διεύθυνση του διανύσματος της βαρύτητας  $\underline{g}$ , το οποίο δείχνει προς την αρνητική διεύθυνση  $z$ .

Στην παρούσα εργασία, υιοθετείται η αδιαστατοποίηση που προτάθηκε από τους Balmforth et al<sup>[6]</sup>. Συνοπτικά, ως χαρακτηριστικά μεγέθη θεωρούνται:

- 1) Η ακτίνα του δίσκου  $\tilde{R}$  για το μήκος,
- 2) Η ιξωδο-τριχοειδής κλίμακα χρόνου:  $\tilde{T} = \left(\frac{\tilde{k}\tilde{R}}{\tilde{\sigma}}\right)^{\frac{1}{n}}$
- 3) Οι τάσεις:  $\tilde{k}\tilde{T}^{-n}$
- 4) Η ταχύτητα:  $\frac{\tilde{R}}{\tilde{T}}$

όπου  $k$  είναι η παράμετρος συνοχής, και  $n$  ο εκθέτης διατμητικής λέπτυνσης του καταστατικού μοντέλου Hershel-Bulkley. Με βάση τα παραπάνω, προκύπτουν τέσσερις αδιάστατοι αριθμοί:  $Oh$ ,  $Ec$ ,  $Y_s$ ,  $Bo$ . Ο πρώτος,  $Oh$ , αποτελεί τον αριθμό Ohnesorge, που είναι ο λόγος των αδρανειακών δυνάμεων σε σύγκριση με τις ιξώδεις. Ο δεύτερος,  $Ec$ , είναι ο αριθμός elastocapillary, που είναι ο λόγος της επιφανειακής τάσης σε σχέση με την ελαστικότητα του υλικού. Ο τρίτος αριθμός,  $Y_s$ , μπορεί να θεωρηθεί σαν μία αδιάστατη τάση διαρροής και ορίζεται ως ο λόγος της τάσης διαρροής με την επιφανειακή τάση. Τέλος, εμφανίζεται ο αριθμός Bond,  $Bo$ , ο οποίος δείχνει την σημασία της βαρύτητας συγκριτικά με την επιφανειακή τάση. Οι παραπάνω αριθμοί δίνονται από τους τύπους:

$$Oh = \left(\frac{\tilde{\rho}\tilde{R}^3}{\tilde{\sigma}}\right) \left(\frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{k}\tilde{R}}\right)^{1/n}, \quad Ec = \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{G}\tilde{R}}, \quad Y_s = \frac{\tilde{\tau}_y\tilde{R}}{\tilde{\sigma}}, \quad Bo = \frac{\tilde{\rho}g\tilde{R}^2}{\tilde{\sigma}}$$

Η ροή του ρευστού στο νήμα διέπεται από τις αρχές διατήρησης της μάζας και της ορμής. Για ένα ασυμπιεστο ρευστό, οι εξισώσεις αυτές σε αδιάστατη μορφή είναι οι ακόλουθες:

$$Oh^{-2} \frac{D\underline{u}}{Dt} = \underline{\nabla}P - \underline{\nabla} \cdot \underline{\underline{\tau}} + Boe_z \quad (1)$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{u} = 0 \quad (2)$$

Όπου " $\underline{\nabla}$ " ορίζει τον τελεστή της βάρθρωσης στο χώρο,  $\underline{u}$  είναι το διάνυσμα της ταχύτητας,  $P$  η πίεση, και  $\underline{\underline{\tau}}$  ο τανυστής των επιπλέον τάσεων.

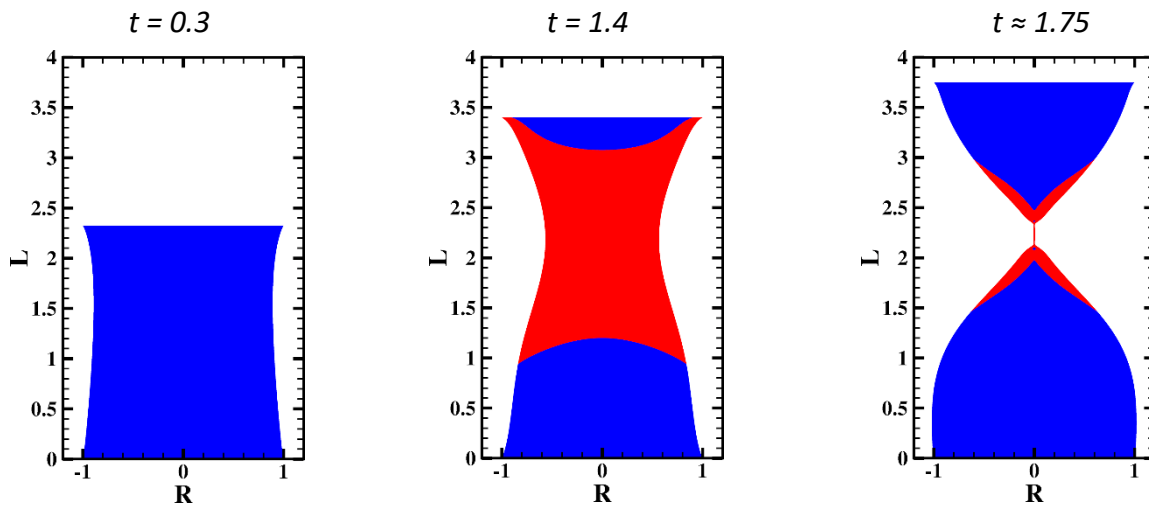
Ο τανυστής των τάσεων ακολουθεί την γενική τρισδιάστατη μορφή του μοντέλου του Saramito-HB<sup>[2]</sup>

$$Ec\underline{\underline{\tau}} + \max\left(0, \left|\underline{\underline{\tau}}_d\right| - Y_s\right)^{1/n} \frac{\underline{\underline{\tau}}}{\left|\underline{\underline{\tau}}_d\right|} = 2\underline{\underline{D}}, \quad (3)$$

όπου  $\underline{\underline{\tau}}_d$  είναι ο τανυστής των τάσεων του οποίου το ίχνος ισούται με μηδέν.

Όσον αφορά στις συνοριακές συνθήκες, κατά μήκος της ελεύθερης επιφάνειας, το πεδίο ταχύτητας ικανοποιεί ένα ισοζύγιο δυνάμεων μεταξύ της επιφανειακής τάσης, της πίεσης στον ανιξώδη περιβάλλοντα αέρα, και των συνολικών τάσεων στο υγρό. Η διεπιφάνεια υγρού-αερίου κινείται σύμφωνα με τις κινηματικές συνθήκες. Επιπλέον, οι συνθήκες μη-ολίσθησης και μη-διείσδυσης εφαρμόζονται στις επιφάνειες της πάνω και κάτω πλάκας. Στον άξονα συμμετρίας επιβάλλεται συμμετρία του ροικού πεδίου. Αρχικά, το ρευστό χαρακτηρίζεται από συνθήκη μηδενικών τάσεων και σχηματίζει έναν τέλειο κύλινδρο.

## ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ



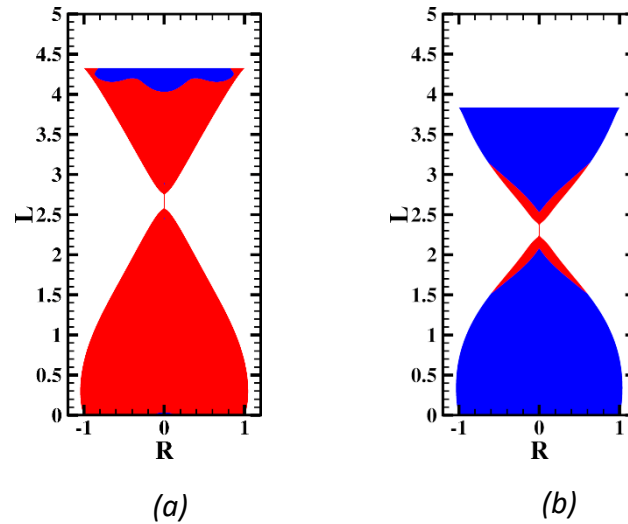
**Σχήμα 1.** Χρονική εξέλιξη του υμένα και της δομής του. Με κόκκινο χρώμα εμφανίζονται οι ρευστές περιοχές, ενώ με μπλε χρώμα εμφανίζονται οι περιοχές που το υλικό συμπεριφέρεται ως ελαστικό στερεό.

Αρχικά, στο Σχήμα 1, παρατηρούμε την χρονική εξέλιξη ενός ιξωδοελαστοπλαστικού υλικού σε εφελκυσμό. Με κόκκινο χρώμα υποδεικνύουμε τις ρευστοποιημένες περιοχές του υλικού, ενώ με μπλε τις μη-ρευστοποιημένες. Αυτή η σύμβαση θα ακολουθηθεί σε όλα τα διαγράμματα. Οι αδιάστατοι αριθμοί του υλικού που χρησιμοποιούμε δίνονται στον πίνακα 1. Η αδιάστατη ταχύτητα της άνω πλάκας ορίζεται ίση με 1.

Παρατηρούμε ότι σε αρχικό στάδιο, οι αναπτυσσόμενες τάσεις δεν έχουν ξεπεράσει την τάση διαρροής και το υλικό διατηρεί την ελαστική φύση του. Στο δεύτερο στιγμιότυπο όπου πλέον το υλικό έχει εκταθεί σε περίπου διπλάσιο μήκος του αρχικού, έχει αρχίσει να παρατηρείται λαίμωση. Οι τάσεις, στην περιοχή όπου παρατηρείται η λαίμωση αυτή, ξεπερνούν πλέον την τάση διαρροής με αποτέλεσμα την ρευστοποίηση του υλικού στην περιοχή αυτή. Η επιφανειακή τάση εισέρχεται στο προσκήνιο, καθώς έχουμε την δημιουργία λαιμού. Στο τρίτο στιγμιότυπο, οι ελαστικές ιδιότητες του ρευστού είναι εμφανείς καθώς σχηματίζεται ο χαρακτηριστικός λαιμός μεταξύ του πάνω και του κάτω μέρους του νήματος. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι η επίδραση της βαρύτητας εμφανίζεται αφότου το υλικό έχει ρεώσει και δημιουργείται πλέον η λαίμωση.

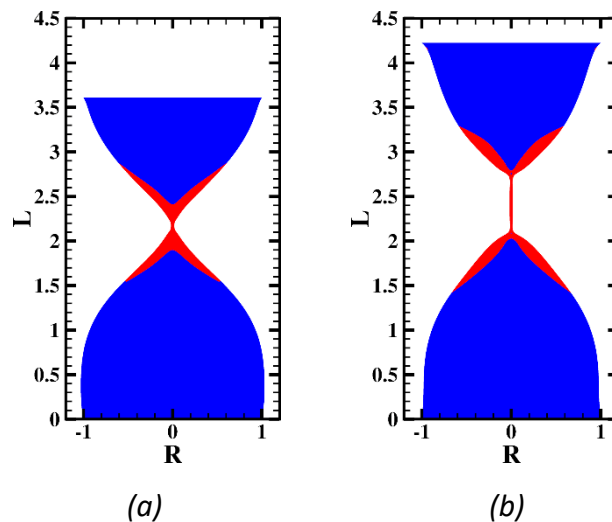
**Πίνακας 1.** Αδιάστατοι αριθμοί

Ελαστοτριχοειδής Αριθμός, $E_c$	0.1
Αδιάστατη τάση διαρροής, $Y_s$	2.7
Αριθμός Ohnesorge, $Oh$	$10^{-3}$
Αριθμός Bond, $Bo$	1.1
Εκθέτης διατμητικής λέπτυνσης, $n$	0.4



**Σχήμα 2.** Μορφή υμένα για διαφορετικές τιμές  $Y_s$ . (α)  $Y_s = 0.1$ , (β)  $Y_s = 1.5$ . Στο διάγραμμα παρουσιάζονται με κόκκινο χρώμα οι ρέουσες και με μπλε χρώμα οι μη-ρέουσες περιοχές.

Στην συνέχεια εξετάζουμε την επίδραση της αδιάστατης τάσης διαρροής στο σχήμα του λαιμού (Σχήμα 2). Όσο μικρότερη είναι η τιμή του  $Y_s$ , τόσο μεγαλύτερες ρευστοποιημένες περιοχές παρατηρούνται. Ένα βασικό στοιχείο είναι ότι το υλικό σπάει γρηγορότερα για μεγάλες τιμές του  $Y_s$ . Αυτό συμβαίνει λόγω της μεγάλης ιξωδοπλαστικότητας του υλικού. Μεγάλες διαφορές του φαινομενικού ιξώδους εμφανίζονται μεταξύ του λαιμού και των περιοχών κοντά στην άνω και στην κάτω πλάκα. Συνεπώς, η περιοχή του λαιμού φέρει το βάρος της συνεχόμενης έκτασης και



λεπταίνει γρηγορότερα.

**Σχήμα 3.** Μορφή υμένα για διαφορετικές ταχύτητες έκτασης  $U$ . (α)  $U = 0.5$  (β)  $U = 5$ . Στο διάγραμμα απεικονίζονται με κόκκινο χρώμα οι ρέουσες και με μπλε χρώμα οι μη-ρέουσες περιοχές.

Σημαντική πειραματική παράμετρος είναι η ταχύτητα της άνω πλάκας (Σχήμα 3). Για χαμηλές ταχύτητες, το υλικό δεν εμφανίζει ελαστική συμπεριφορά, και πλησιάζει την συμπεριφορά αμιγώς ιξωδοπλαστικού υλικού. Οι ρευστοποιημένες περιοχές επικεντρώνονται κοντά στην λαίμωση μόνο, λόγω της μεγάλης τιμής του  $Y_s$ . Η αύξηση της ταχύτητας οδηγεί στην δημιουργία του τυπικού

λαιμού μεταξύ των περιοχών κοντά στην άνω και στην κάτω πλάκα λόγω της ελαστικής απόκρισης του υλικού. Επιπλέον, η επίδραση της βαρύτητας μειώνεται με αύξηση της ταχύτητας, όπως υποδηλώνει η μερική συμμετρικότητα του νήματος. Οι μεγάλες ιξώδεις τάσεις που αναπτύσσονται έλκουν το υλικό προς τα πάνω και αναιρούν έως ένα βαθμό την επίδραση της βαρύτητας.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Πραγματοποιήθηκαν αριθμητικές προσομοιώσεις για την μελέτη της ρεολογικής συμπεριφοράς ιξωδοελαστοπλαστικών υλικών σε εφελκυσμό. Το υλικό στην αρχή της έκτασης του συμπεριφέρεται ως ένα ελαστικό μέσο μέχρι οι αναπτυσσόμενες τάσεις να αυξηθούν και να ξεπεράσουν την τάση διαρροής. Στην συνέχεια, λόγω την συνεχόμενης έκτασης αλλά και της επίδρασης των τριχοειδών δυνάμεων, δημιουργείται λαίμωση και μετά από κάποιο χρονικό διάστημα το ρευστό νήμα σπάει. Η βαρύτητα επηρεάζει το σχήμα του νήματος μετά την εμφάνιση ρευστοποιημένων περιοχών. Η τάση διαρροής επηρεάζει σημαντικά τον χρόνο στον οποίο θα σπάσει το νήμα. Για μεγάλες τιμές, το νήμα σπάει γρήγορα γιατί η παραμόρφωση επικεντρώνεται στη λαίμωση και όχι στις περιοχές κοντά στις 2 πλάκες. Επιπλέον, η ταχύτητα της άνω πλάκα είναι μία σημαντική παράμετρος, της οποίας η τιμή δεν μπορεί να επιλεγεί τυχαία. Για χαμηλές τιμές, η ελαστική συμπεριφορά δεν μπορεί να παρατηρηθεί και εσφαλμένα μπορεί να θεωρηθεί το υλικό ως ιξωδοπλαστικό. Ενώ σε μεγάλη, τα ελαστικά φαινόμενα είναι ευδιάκριτα.

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα εργασία υλοποιήθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού έργου «*Multiscale Simulations of Complex Polymer Systems [MuSiComPS]*», και χρηματοδοτήθηκε από ίδρυμα LIMMAT.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] S. Varchanis, Y. Dimakopoulos, C. Wagner, J. Tsamopoulos. *Soft Matter* 14 (2018) 4238-4251.
- [2] P. Saramito. *JNNFM* 158 (2017) 154-161
- [3] Y. Dimakopoulos, J. Tsamopoulos. *J. Comput. Phys.*192 (2003) 494-522
- [4] C.J. Dimitriou, G.H. McKinley. *Soft Matter* 10 (2014) 6619-6644
- [5] D. Fraggedakis, Y. Dimakopoulos, J. Tsamopoulos. *Soft Matter* 12 (2016) 5378-5401
- [6] N. J. Balmforth, N. Dubash, A. C. Slim. *JNNFM* 165 (2010) 1147-1160